

**ZAKRES WIADOMOŚCI I UMIEJĘTNOŚCI
WYMAGANY NA POSZCZEGÓLNYCH ETAPACH
KONKURSU PRZEDMIOTOWEGO Z MATEMATYKI
dla uczniów klas IV-VIII szkół podstawowych w roku szkolnym 2023/2024**

Na wszystkich etapach uczeń powinien wykazać się wiadomościami i umiejętnościami określonymi w *Celach kształcenia – wymaganiach ogólnych i treściach nauczania – wymaganiach szczegółowych Podstawy programowej kształcenia ogólnego*, w części dotyczącej przedmiotu matematyka na II etapie edukacyjnym, zgodnie z rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z 14 lutego 2017 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej (Dz.U. z 2017 r. poz. 356 z późn. zm.), tzn.:

ETAP SZKOLNY

1. Liczby naturalne.

Uczeń:

- 1) odczytuje i zapisuje liczby naturalne wielocyfrowe;
- 2) interpretuje liczby naturalne na osi liczbowej;
- 3) porównuje liczby naturalne;
- 4) zaokrągla liczby naturalne;
- 5) liczby w zakresie do 3000 zapisane w systemie rzymskim przedstawia w systemie dziesiętkowym, a zapisane w systemie dziesiętkowym przedstawia w systemie rzymskim;
- 6) wykonuje w pamięci i sposobem pisemnym cztery podstawowe działania na liczbach naturalnych;
- 7) wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych;
- 8) stosuje wygodne dla niego sposoby ułatwiające obliczenia, w tym przemienność i łączność dodawania i mnożenia oraz rozdzielność mnożenia względem dodawania;
- 9) porównuje różnicowo i ilorazowo liczby naturalne;
- 10) rozpoznaje liczby naturalne podzielne przez 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 100;
- 11) rozpoznaje liczbę pierwszą i złożoną, gdy jest ona jednocyfrowa lub dwucyfrowa, a także, gdy na istnienie dzielnika wskazuje poznana cecha podzielności;
- 12) oblicza kwadraty i sześciany liczb naturalnych;
- 13) oblicza potęgi liczb naturalnych o wykładnikach naturalnych;
- 14) stosuje reguły dotyczące kolejności wykonywania działań;
- 15) szacuje wyniki działań;

- 16) rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze;
- 17) znajduje największy wspólny dzielnik oraz wyznacza najmniejszą wspólną wielokrotność dwóch liczb naturalnych metodą rozkładu na czynniki;
- 18) rozpoznaje wielokrotności danej liczby, kwadraty, sześciany, liczby pierwsze, liczby złożone;
- 19) odpowiada na pytania dotyczące liczebności różnych rodzajów liczb wśród liczb z pewnego niewielkiego zakresu (np. od 1 do 200 czy od 100 do 1000);
- 20) rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze, w przypadku gdy co najwyżej jeden z tych czynników jest liczbą większą niż 10;
- 21) wyznacza wynik dzielenia z resztą liczby a przez liczbę b i zapisuje liczbę a w postaci:
$$a = b \cdot q + r$$

2. Liczby całkowite.

Uczeń:

- 1) podaje praktyczne przykłady stosowania liczb ujemnych;
- 2) interpretuje liczby całkowite na osi liczbowej;
- 3) oblicza wartość bezwzględną;
- 4) porównuje liczby całkowite;
- 5) wykonuje działania na liczbach całkowitych;
- 6) oblicza potęgi liczb całkowitych o wykładnikach naturalnych;
- 7) porównuje potęgi liczb całkowitych o wykładnikach naturalnych.

3. Liczby wymierne.

Uczeń:

- 1) opisuje część danej całości za pomocą ułamka;
- 2) przedstawia ułamek jako iloraz liczb naturalnych, a iloraz liczb naturalnych jako ułamek;
- 3) skraca i rozszerza ułamki zwykłe;
- 4) sprowadza ułamki zwykłe do wspólnego mianownika lub wspólnego licznika;
- 5) przedstawia ułamki niewłaściwe w postaci liczby mieszanej i odwrotnie;
- 6) zapisuje wyrażenia dwumianowane w postaci ułamka dziesiętnego i odwrotnie;
- 7) zaznacza ułamki zwykłe i dziesiętne na osi liczbowej oraz odczytuje ułamki zwykłe i dziesiętne zaznaczone na osi liczbowej;
- 8) zapisuje ułamek dziesiętny skończony w postaci ułamka zwykłego;
- 9) zamienia ułamki zwykłe o mianownikach będących dzielnikami liczb 10, 100, 1000 itd. na ułamki dziesiętne skończone dowolną metodą;

- 10) zapisuje ułamki zwykłe o mianownikach, których nie można rozszerzyć do 10, 100, 1000 itd. w postaci rozwinięcia dziesiętnego nieskończonego z użyciem trzech kropek po ostatniej cyfrze i używając zapisu okresowego;
- 11) zaokrągla ułamki dziesiętne;
- 12) porównuje ułamki zwykłe i dziesiętne (dodatnie i ujemne) oraz ułamki okresowe;
- 13) porządkuje liczby w kolejności rosnącej i malejącej;
- 14) oblicza liczbę, której część jest podana (wyznacza całość, z której określono część za pomocą ułamka);
- 15) wyznacza liczbę, która powstaje po powiększeniu lub pomniejszeniu o pewną część innej liczby;
- 16) podaje przykłady liczb leżących na osi pomiędzy danymi liczbami wymiernymi;
- 17) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki zwykłe, dziesiętne i liczby mieszane;
- 18) porównuje różnicowo i ilorazowo ułamki;
- 19) oblicza ułamek danej liczby wymiernej;
- 20) oblicza kwadraty i sześciany ułamków zwykłych i dziesiętnych oraz liczb mieszanych;
- 21) oblicza wartości prostych wyrażeń arytmetycznych, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań;
- 22) wykonuje działania na ułamkach dziesiętnych, używając własnych, poprawnych strategii;
- 23) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych, wymagających stosowania działań arytmetycznych na liczbach całkowitych lub liczbach zapisanych za pomocą ułamków zwykłych, liczb mieszanych i ułamków dziesiętnych, także wymiernych ujemnych;
- 24) szacuje wyniki działań.

4. Potęgi o podstawach wymiernych.

Uczeń:

- 1) zapisuje iloczyn jednakowych czynników w postaci potęgi o wykładniku całkowitym dodatnim;
- 2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich;
- 3) mnoży potęgi o różnych podstawach i jednakowych wykładnikach;
- 4) podnosi potęgę do potęgi;
- 5) odczytuje i zapisuje liczby w notacji wykładniczej $a \cdot 10^k$, gdy $1 \leq a \leq 10$, k jest liczbą całkowitą.

5. Pierwiastki.

Uczeń:

- 1) oblicza wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześcianami liczb wymiernych;
- 2) szacuje wielkość danego pierwiastka kwadratowego lub sześciennego oraz wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki;
- 3) porównuje wartość wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki z daną liczbą wymierną oraz znajduje liczby wymierne większe lub mniejsze od takiej wartości, na przykład znajduje liczbę całkowitą a taką, że: $a \leq \sqrt{137} < a + 1$;
- 4) oblicza pierwiastek z iloczynu i ilorazu dwóch liczb, wyłącza liczbę przed znak pierwiastka i włącza liczbę pod znak pierwiastka;
- 5) mnoży i dzieli pierwiastki tego samego stopnia.

6. Obliczenia procentowe.

Uczeń:

- 1) przedstawia część wielkości jako procent tej wielkości;
- 2) oblicza liczbę a równą p procent danej liczby b ;
- 3) oblicza, jaki procent danej liczby b stanowi liczba a ;
- 4) oblicza liczbę b , której p procent jest równe a ;
- 5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, również w przypadkach wielokrotnych podwyżek lub obniżek danej wielkości.

7. Wyrażenia algebraiczne.

Uczeń:

- 1) korzysta z nieskomplikowanych wzorów, w których występują oznaczenia literowe, zamienia wzór na formę słowną;
- 2) stosuje oznaczenia literowe nieznanymi wielkościami liczbowymi i zapisuje proste wyrażenie algebraiczne na podstawie informacji osadzonych w kontekście praktycznym;
- 3) zapisuje wyniki podanych działań w postaci wyrażenia algebraicznego jednej lub kilku zmiennych;
- 4) oblicza wartości liczbowe wyrażenia algebraicznego;
- 5) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażenia algebraicznego jednej lub kilku zmiennych;
- 6) zapisuje rozwiązania zadań w postaci wyrażenia algebraicznego;
- 7) porządkuje jednomiany i dodaje jednomiany podobne;
- 8) dodaje i odejmuje sumy algebraiczne, dokonując przy tym redukcji wyrazów podobnych;
- 9) mnoży sumy algebraiczne przez jednomian i dodaje wyrażenia powstałe z mnożenia sum

algebraicznych przez jednomiany;

10) mnoży dwumian przez dwumian, dokonując redukcji wyrazów podobnych.

8. Równania z jedną niewiadomą.

Uczeń:

- 1) rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą występującą po jednej stronie równania (poprzez zgadywanie, dopełnianie lub wykonanie działania odwrotnego);
- 2) sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania (stopnia pierwszego, drugiego lub trzeciego) z jedną niewiadomą;
- 3) rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych;
- 4) rozwiązuje równania, które po prostych przekształceniach wyrażeń algebraicznych sprowadzają się do równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą;
- 5) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi;
- 6) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych i fizycznych.

9. Figury płaskie.

Uczeń:

- 1) rozpoznaje i nazywa figury: punkt, prosta, półprosta, odcinek;
- 2) rozpoznaje odcinki i proste prostopadłe i równoległe;
- 3) rysuje pary odcinków prostopadłych i równoległych;
- 4) mierzy długość odcinka z dokładnością do 1 mm;
- 5) przedstawia na płaszczyźnie dwie proste w różnych położeniach względem siebie, w szczególności proste prostopadłe i proste równoległe;
- 6) wie, że aby znaleźć odległość punktu od prostej, należy znaleźć długość odpowiedniego odcinka prostopadłego;
- 7) wskazuje w kątach ramiona i wierzchołek;
- 8) mierzy kąty mniejsze od 180 stopni z dokładnością do 1 stopnia;
- 9) rysuje kąt o mierze mniejszej niż 180 stopni;
- 10) rozpoznaje kąt prosty, ostry i rozwarty;
- 11) porównuje kąty;
- 12) rozpoznaje kąty wierzchołkowe i kąty przyległe oraz korzysta z ich własności;
- 13) korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość kątów odpowiadających i naprzemianległych;

- 14) zna i stosuje twierdzenie o równości kątów wierzchołkowych (z wykorzystaniem zależności między kątami przyległymi);
- 15) rozpoznaje i nazywa trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne, równoboczne i równoramienne, stosuje w zadaniach ich własności;
- 16) konstruuje trójkąt o danych trzech bokach i ustala możliwość zbudowania trójkąta na podstawie nierówności trójkąta;
- 17) stosuje twierdzenie o sumie miar kątów trójkąta;
- 18) zna i stosuje cechy przystawania trójkątów;
- 19) zna i stosuje własności trójkątów równoramiennych (równość kątów przy podstawie);
- 20) zna nierówność trójkąta $AB + BC \geq AC$ i wie, kiedy zachodzi równość;
- 21) wykonuje proste obliczenia geometryczne wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych;
- 22) rozpoznaje i nazywa kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez i deltoid;
- 23) zna i stosuje najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu i deltoidu;
- 24) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków;
- 25) oblicza miary kątów, stosując przy tym poznane własności kątów i wielokątów;
- 26) oblicza pola: kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trójkąta, trapezu i deltoidu, przedstawionych na rysunku oraz w sytuacjach praktycznych, w tym także dla danych wymagających zamiany jednostek i w sytuacjach z nietypowymi wymiarami, na przykład pole trójkąta o boku 1 km i wysokości 1 mm;
- 27) stosuje i zamienia jednostki pola: m^2 , cm^2 , km^2 , mm^2 , dm^2 , ar, hektar;
- 28) zna pojęcie wielokąta foremnego;
- 29) oblicza pola wielokątów metodą podziału na mniejsze wielokąty lub uzupełniania do większych wielokątów;
- 30) wskazuje na rysunku, a także rysuje cięciwę, średnicę, promień koła i okręgu.

10. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie.

Uczeń:

- 1) zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających warunek taki jak $x \geq 1,5$ lub taki jak ;
- 2) znajduje współrzędne danych (na rysunku) punktów kratowych w układzie współrzędnych na płaszczyźnie;
- 3) rysuje w układzie współrzędnych na płaszczyźnie punkty kratowe o danych współrzędnych całkowitych (dowolnego znaku).

11. Bryły.

Uczeń:

- 1) wskazuje wśród graniastosłupów prostopadłościany i sześciiany i uzasadnia swój wybór;
- 2) rysuje siatki prostopadłościanów;
- 3) oblicza objętość i pole powierzchni prostopadłościanu;
- 4) stosuje i zamienia jednostki objętości i pojemności: litr, mililitr, dm^3 , m^3 , cm^3 , mm^3 .

12. Obliczenia praktyczne.

Uczeń:

- 1) interpretuje 100% danej wielkości jako całość, 50% – jako połowę, 25% – jako jedną czwartą, 10% – jako jedną dziesiątą, a 1% – jako setną część danej wielkości liczbowej;
- 2) w przypadkach osadzonych w kontekście praktycznym oblicza procent danej wielkości w stopniu trudności typu 50%, 20%, 10%;
- 3) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach i sekundach;
- 4) wykonuje proste obliczenia kalendarzowe na dniach, tygodniach, miesiącach, latach;
- 5) odczytuje temperaturę (dodatnią i ujemną);
- 6) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki długości: metr, centymetr, decymetr, milimetr, kilometr;
- 7) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki masy: gram, kilogram, dekagram, tona;
- 8) oblicza rzeczywistą długość odcinka, gdy dana jest jego długość w skali, oraz długość odcinka w skali, gdy dana jest jego rzeczywista długość;
- 9) w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danej prędkości i danym czasie, prędkość przy danej drodze i danym czasie, czas przy danej drodze i danej prędkości; stosuje jednostki prędkości: km/h , m/s .

13. Elementy statystyki opisowej.

Uczeń:

- 1) gromadzi i porządkuje dane;
- 2) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, tabelach, diagramach i na wykresach;
- 3) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych;
- 4) tworzy diagramy słupkowe i kołowe oraz wykresy liniowe na podstawie zebranych przez siebie danych lub danych pochodzących z różnych źródeł;
- 5) oblicza średnią arytmetyczną liczb.

14. Zadania tekstowe.

Uczeń:

- 1) czyta ze zrozumieniem prosty tekst zawierający informacje liczbowe;

- 2) wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodne dla niego zapisanie informacji i danych z treści zadania;
- 3) dostrzega zależności między podanymi informacjami;
- 4) dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne, poprawne, wygodne dla niego strategie rozwiązania;
- 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody;
- 6) weryfikuje wynik zadania tekstowego, oceniając sensowność rozwiązania;
- 7) układa zadania i łamigłówki, rozwiązuje je; stawia nowe pytania związane z sytuacją w rozwiązanym zadaniu.

15. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa.

Uczeń:

- 1) wyznacza zbiory obiektów, analizuje i oblicza, ile jest obiektów, mających daną własność, w przypadkach niewymagających stosowania reguł mnożenia i dodawania;
- 2) przeprowadza proste doświadczenia losowe, polegające na rzucie monetą, rzucie sześcienną kostką do gry, rzucie kostką wielościenną lub losowaniu kuli spośród zestawu kul, analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.

ETAP REJONOWY - obowiązują wiadomości i umiejętności ujęte w etapie szkolnym oraz następujące treści:

1. Długość okręgu i pole koła.

Uczeń:

- 1) oblicza długość okręgu o danym promieniu lub danej średnicy;
- 2) oblicza promień lub średnicę okręgu o danej długości okręgu;
- 3) oblicza pole koła o danym promieniu lub danej średnicy;
- 4) oblicza promień lub średnicę koła o danym polu koła;
- 5) oblicza pole pierścienia kołowego o danych promieniach lub średnicach obu okręgów tworzących pierścień;
- 6) stosuje w zadaniach wzór na długość okręgu i pole koła;
- 7) stosuje w zadaniach własności stycznej i siecznej do okręgu.

2. Symetrie.

Uczeń:

- 1) rozpoznaje figury symetryczne względem prostej oraz względem punktu;

- 2) wykorzystuje w zadaniach własności figur w symetrii osiowej i środkowej;
- 3) wykorzystuje w zadaniach własności współrzędnych punktów w symetrii względem osi oraz początku układu współrzędnych;
- 4) rozpoznaje symetralną odcinka i dwusieczną kąta;
- 5) zna i stosuje w zadaniach podstawowe własności symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta;
- 6) rozpoznaje figury osiowosymetryczne i wskazuje ich osie symetrii oraz uzupełnia figurę do figury osiowosymetrycznej przy danych: osi symetrii figury i części figury;
- 7) rozpoznaje figury środkowosymetryczne i wskazuje ich środki symetrii.

3. Figury płaskie.

Uczeń:

- 1) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa;
- 2) przeprowadza proste dowody geometryczne.

4. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie.

Uczeń:

- 1) znajduje środek odcinka, którego końce mają dane współrzędne (całkowite lub wymierne) oraz znajduje współrzędne drugiego końca odcinka, gdy dany jest jeden koniec i środek;
- 2) oblicza długość odcinka, którego końce są danymi punktami kratowymi w układzie współrzędnych;
- 3) dla danych punktów kratowych A i B znajduje inne punkty kratowe należące do prostej AB .

ETAP WOJEWÓDZKI– obowiązują wiadomości i umiejętności ujęte w etapie szkolnym i rejonowym oraz następujące treści:

1. Proporcjonalność prosta.

Uczeń:

- 1) podaje przykłady wielkości wprost proporcjonalnych;
- 2) wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej;
- 3) stosuje podział proporcjonalny.

2. Bryły.

Uczeń:

- 1) rozpoznaje graniastosłupy proste, ostrosłupy, walce, stożki i kule w sytuacjach praktycznych i wskazuje te bryły wśród innych modeli brył;
- 2) rozpoznaje siatki graniastosłupów prostych i ostrosłupów;

- 3) wykorzystuje podane zależności między długościami krawędzi graniastosłupa do wyznaczania długości poszczególnych krawędzi;
- 4) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów prostych, prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe;
- 5) oblicza objętości i pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe.

3. Zaawansowane metody zliczania

Uczeń:

- 1) stosuje regułę mnożenia do zliczania par elementów o określonych własnościach;
- 2) stosuje regułę dodawania i mnożenia do zliczania par elementów w sytuacjach wymagających rozważenia kilku przypadków.

4. Wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa.

- 1) oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach, polegających na rzucie dwiema kostkami lub losowaniu dwóch elementów ze zwracaniem;
- 2) oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach, polegających na losowaniu dwóch elementów bez zwracania jak w przykładzie: *Z urny zawierającej kule ponumerowane liczbami od 1 do 7 losujemy bez zwracania dwie kule. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że suma liczb na wylosowanych kulach będzie parzysta.*;
- 3) rysuje drzewko danego doświadczenia i wykorzystuje je do obliczenia prawdopodobieństwa określonych zdarzeń.

V. LITERATURA

1. Podręczniki do matematyki dopuszczone przez MEN do użytku szkolnego, przeznaczone do kształcenia ogólnego, uwzględniające aktualną podstawę programową kształcenia ogólnego w szkole podstawowej oraz zbiory zadań stanowiące ich uzupełnienie
2. Konkursy matematyczne dla szkoły podstawowej edycja 2021/2022 Aksjomat Toruń
3. Joanna Bednarczuk, Jerzy Bednarczuk, Matematyczne gwiazdki, Aksjomat Toruń
4. Z. Bobiński, P. Nodzyński, M. Uscki, Koło matematyczne w szkole podstawowej. Aksjomat – Toruń 2008
5. Dariusz Kulma, Kwadratolandia. Matematyczne wyzwania, Elitmat 2009
6. Dariusz Kulma, Kwadratolandia, Matematyczne przygody, Elitmat 2008
7. H. Pawłowski, Olimpiady i konkursy matematyczne, Zadania dla uczniów szkół podstawowych i gimnazjów, Tutor 2017
8. U. Andrzejewska, K. Ślusarska, 200 zadań i łamigłówek matematycznych, Korepetytor 1999